Задания
Муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике 2015-2016 г.г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

7 класс

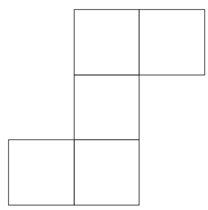
7.1. Три толстяка вносили правки в свой общий файл с новогодней речью. Первый толстяк внёс на 20 правок больше, чем второй, а третий — в полтора раза больше, чем первый. Сколько правок внёс в файл каждый из правителей страны, если известно, что всего было совершено 85 правок?

7.2. Лосяш сказал, что Крош загадал число меньшее 2015, Бараш сообщил, что Крош загадал число большее 2015, а Ёжик заверил, что Крош загадал число по крайней мере не меньшее 2. Известно, что только один из смешариков сказал правду. Какое натуральное число загадал Крош?

7.3. Однажды, гуляя по Лондону, Шерлок Холмс обратил внимание на четырёхзначный номер проезжавшего мимо кэба (номер не начинался с нуля). Шерлок заметил следующее: если умножить номер кэба на девять и записать результат в обратном порядке, то получится изначальный номер. Найдите номер этого кэба

7.4. Однажды Иван Иванович и Иван Никифорович поспорили. Перед ними на столе стоят 2016 чашек кофе. Поочерёдно каждую минуту они либо выпивают полностью кофе из одной чашки, либо добавляют в какую-то чашку (обязательно с кофе) сливки. Первым к столу подходит Иван Иванович. Наливать сливки дважды в одну и ту же чашку нельзя. Кто выиграет в споре, если каждый из них желает выпить последнюю чашку кофе?

7.5. Разрежьте фигуру



из пяти одинаковых квадратиков на три части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

Задания
Муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике 2015-2016 г.г.

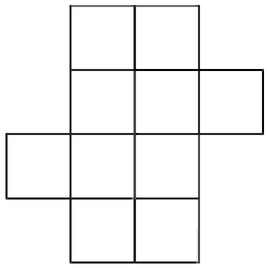
Каждая задача оценивается в 7 баллов

8 класс

8.1. Встретились на совете командиров комбат Павлов, комбриг Петров и комдив Иванов. Оказалось, что в подчинении у Иванова больше людей, чем суммарно у Павлова и Петрова в два раза или, по-другому выражая, на 6838 военных. Сколько всего в совокупности военнослужащих в формированиях трёх командиров?

8.2. Решите ребус СИЛА+СИЛА=НАСОС (разным буквам соответствуют разные цифры).

8.3. Разрежьте фигуру



из десяти одинаковых квадратиков на четыре части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

8.4. Шестизначный билет от 100000 до 999999 называется суперсчастливым, если он счастливый (т.е. сумма первых трёх его цифр равна сумме последних трёх цифр) и в середине него есть три подряд идущих цифры семь (не с краю). Например, число 177771 является суперсчастливым, а 399777 нет. Сколько есть суперсчастливых билетов?

8.5. На некотором поле шахматной доски стоит фишка. Двое по очереди переставляют фишку, при этом на каждом ходу, начиная со второго, расстояние, на которое она перемещается, должно быть строго больше, чем на предыдущем ходу. Проигравшим считается тот, кто не может сделать очередного хода. Кто выигрывает при правильной игре? (Фишка ставится всегда точно в центр каждого поля.)

Задания
Муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике 2015-2016 г.г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9 класс

9.1. Слева к двузначному числу дописали это же число, но в обратном порядке. Докажите, что получившееся число – составное.

9.2. Два велосипедиста выехали одновременно из А и Б навстречу друг другу и встретились в 9 км от А. Затем, продолжив движение, доехали до противоположных пунктов, развернулись и поехали обратно, встретившись снова через час после первой встречи в 7 км от В. Найти скорости велосипедистов.

9.3. В остроугольном треугольнике ABC точки A_1 и C_1 - основания высот, проведённых из вершин A и C соответственно, H — точка пересечения высот, P и Q — середины отрезков BH и AC. Доказать, что PQ и $C_1 A_1$ - перпендикулярны.

9.4. Пусть ***p*** простых чисел $a_1, a_2, .., a_p$ являются последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии и $a_1 > p$. Доказать, что разность прогрессии делится на ***p***.

9.5. Какое наибольшее число ладей можно разместить на шахматной доске так, чтобы для каждой ладьи либо её горизонталь, либо её вертикаль (либо и та, и другая) были свободны от других ладей?

Задания
Муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике 2015-2016 г.г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

10 класс

10.1. На столе стоит кипящий самовар, вода из которого выкипает равномерно. Если пить чай садятся 8 человек, то вода в самоваре заканчивается через 6 минут, а 5 человек опустошают тот же самовар за 9 минут. Сколько времени два человека смогут пить чай из того же самовара? Считаем скорость поглощения чая участниками постоянной по времени и одинаковой для всех.

10.2. На сторонах AB и BC остроугольного треугольника ABC взяты точки D и E соответственно такие, что отрезок AD равен высоте треугольника, опущенной из вершины A, а отрезок CE равен высоте треугольника, опущенной из вершины C. Доказать, что отрезок DE параллелен стороне AC.

10.3. Десять команд сыграли турнир по волейболу в один круг, при этом каждые две команды встретились между собой ровно один раз и одна из них победила. Известно, что среди любых пяти из них есть одна, выигравшая у остальных четверых. Докажите, что обязательно найдётся команда, выигравшая у всех девяти остальных.

10.4. Пусть $\boldsymbol{p}$ простых чисел $a_{1,}a_{2,}\cdots,a_p$ являются последовательными членами возрастающей арифметической прогрессии и $a_1>p$. Доказать, что разность прогрессии делится на $\boldsymbol{p}$.

10.5. Для треугольника с углами A=45°, B=50°, C=85° и длиной стороны BC= 6 см найти минимальное число X такое, что тремя равными кругами радиуса X можно полностью покрыть данный треугольник.

Задания
Муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике 2015-2016 г.г.

Каждая задача оценивается в 7 баллов

11 класс

11.1. Квадрат простого числа p увеличили на 160 и получили квадрат натурального числа. Найдите p.

11.2. Круглый торт весом 6 кг разрезали на части тремя прямолинейными разрезами, два из которых проходят через центр торта, а третий нет. Докажите, что вес одной из получившихся частей не менее 1 кг.

11.3. Найдите положительное число, которое образует геометрическую прогрессию вместе со своей целой и дробной частями.

11.4. Пусть AP — биссектриса острого угла A треугольника ABC, причём угол APB равен $45°$. На стороне AC выбрана точка M такая, что угол PMC тоже равен $45°$. Найти величину угла AMB.

11.5. В прямоугольной таблице *минором* порядка два называются любые четыре клетки, стоящие на пересечении некоторых двух строк и двух столбцов этой таблицы. Найти количество способов заполнения таблицы размера 5 на 5 числами от 0 до 9 включительно (в каждую клетку записывается одно число), таких, что сумма чисел в клетках любого её минора порядка два чётна.